



COLEGIUL
NAȚIONAL
"ȘTEFAN CEL MARE"
SUCEAVA

**CONCURSUL
CENTRELOR
DE EXCELENȚĂ
DIN MOLDOVA
- 30 mai 2009 -**

**CENTRUL DE EXCELENȚĂ
PENTRU TINERI CAPABILI
DE PERFORMANȚĂ
- FILIALA SUCEAVA -**
Str. V. Alecsandri nr.3, 720001;
Tel. 0230/551342; 0230/551343;
e-mail: cn_stefan@yahoo.com

CLASA a X-a

1. Să se arate că, dacă $a, b, c \in (1, \infty)$, atunci

$$a^{\sqrt{\log_a b} + \sqrt{\log_a c}} + b^{\sqrt{\log_b a} + \sqrt{\log_b c}} + c^{\sqrt{\log_c a} + \sqrt{\log_c b}} \leq a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab}.$$

2. Determinați funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ care verifică relația:

$$f\left(\frac{3(x-9)}{3+x}\right) + f\left(\frac{3(x+9)}{3-x}\right) - f(x) = x, \quad (\forall) x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}.$$

3. Se consideră paralelogramele $ABCD$ și $ABEF$, cu $AB \parallel DC \parallel FE$, $AD \parallel BC$, $AF \parallel BE$.

Să se arate că, dacă $|AD| < |AF|$ și $|AE| < |AC|$, atunci $|BD| < |BF|$.

4. Se consideră pătratul $ABCD$, în exteriorul căruia se construiește triunghiul dreptunghic isoscel CDE , cu vârful drept în E și în interiorul căruia se construiește triunghiul echilateral BCF . Notăm cu Δ_1 dreapta perpendiculară în F pe DF și cu Δ_2 dreapta determinată de mijloacele segmentelor BE și AD . Să se arate că, dacă $\{P\} = \Delta_1 \cap \Delta_2$, atunci triunghiul PEB este echilateral.

NOTĂ: Timpul efectiv de lucru este de trei ore. Pentru fiecare subiect se acordă de la 0 la 7 puncte.